

УДК 535.643.6

Свердлов Сергей Залманович, профессор кафедры прикладной математики ВГПУ, кандидат технических наук.

Область научных интересов: компьютерные технологии, цифровая фотография и обработка изображений.

Ортогональная цветовая координатная система

Построена линейная ортонормированная координатная система (Lru) для цветового пространства. На основе декартовой системы координат Lru вводится также цилиндрическая система $Lch(r\theta)$, координаты которой соответствуют интуитивным понятиям светлота, насыщенность (цветность) и тон. Предлагаемые координатные системы предназначены для использования в программах обработки цветных цифровых изображений и обеспечивают корректность пространственных и цветовых преобразований. Приводятся формулы перехода от RGB-координат к координатам в указанных системах и обратно.

Ключевые слова: *цифровая фотография, цветовая координатная система, обработка цветных цифровых изображений, колориметрия.*

Цветовые координатные системы (ЦКС)

Для представления цветных цифровых изображений широко используются цветовые RGB-пространства и цветовые координатные RGB-системы. RGB-представление соответствует физиологии человеческого зрения, но не является интуитивным. В разговоре о цвете естественней оперировать понятиями светлота (яркость), насыщенность, цветовой тон.

Линейные RGB-пространства, такие как CIERGB, не являются ортогональными, что затрудняет их наглядное представление и может провоцировать использование некорректных манипуляций с данными о цвете.

Стандартизованные RGB-пространства, широко используемые при представлении цифровых изображений, такие как sRGB [1], Adobe RGB и др., не являются линейными (используют нелинейную гамма-коррекцию), что делает некорректной операцию сложения цветовых векторов по правилу параллелограмма в этих пространствах. Следовательно, становятся некорректными с физической точки зрения такие преобразования изображений как размытие, пространственные преобразования (изменение размера, коррекция искажений и т.п.), использующие интерполяцию. Между тем, такие некорректные действия практикуются во многих программах обработки изображений.

Некоторое распространение в практике работы с цветом получили координатные системы (цветовые модели) HSL и HSB, которые используют понятия цветового тона (H) насыщенности (S), светлоты (L), яркости (B). Их интуитивность облегчает качественные суждения о цвете, но принятый способ вычисления координат (предполагающий, в частности, ортогональность RGB) основан на простейших геометрических соображениях и не имеет строгого обоснования.

Получила распространение при обработке изображений цветовая координатная система (цветовое пространство) CIELAB (CIE 1976 $L^*a^*b^*$). Эта нелинейная система координат первоначально предназначалась для оценки цветовых различий, то есть для целей измерения. И хотя, оперируя данными в этой координатной системе, можно получать неплохой результат [3], в силу нелинейности CIELAB не является пространством, где возможны манипуляции с цветовыми стимулами как с векторами в линейном пространстве.

Сказанное позволяет считать актуальным построение линейной ортогональной координатной системы, обладающей наглядностью и обеспечивающей корректность цветовых и пространственных преобразований.

Построение ортогональной цветовой координатной системы

Одной из осей координатной системы выберем ось светлоты (L). Две другие оси координат должны располагаться в плоскости, перпендикулярной оси L . На этой плоскости можно будет ввести полярную систему координат «насыщенность – тон». Точки цветового пространства, соответствующие ахроматическим (серым) цветам должны располагаться на оси L .

Будем выполнять построение новой координатной системы, отыскивая преобразование в эту систему цветовых данных, представленных в sRGB — распространенной в практике цифровой фотографии и обработки изображений цветовой координатной системы [1].

Рассмотрим формулы преобразования sRGB-координат в линейные координаты CIEXYZ. Преобразование выполняется в два этапа. Вначале данные sRGB линеаризуются:

$$C_{\text{лин}} = \begin{cases} \frac{C_{\text{srgb}}}{12.92}, & C_{\text{srgb}} \leq 0.04045 \\ \left(\frac{C_{\text{srgb}}}{1+a}\right)^{2.4}, & C_{\text{srgb}} > 0.04045 \end{cases}, \quad (1)$$

где $a = 0.055$;

C_{srgb} — исходные (например, считанные из файла изображения) гамма-корректированные (нелинейные) sRGB-значения R , G или B (формулы для преобразования R , G и B одинаковы).

$C_{лин}$ — линейризованные значения R , G или B . Здесь и далее предполагается, что цветовые координаты выражаются вещественными числами в диапазоне от 0.0 до 1.0.

Далее линейризованные значения RGB подвергаются линейному преобразованию для получения координат XYZ. В векторно-матричной форме это преобразование выражается так:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.4124 & 0.3576 & 0.1805 \\ 0.2126 & 0.7152 & 0.0722 \\ 0.0193 & 0.1192 & 0.9505 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R_{лин} \\ G_{лин} \\ B_{лин} \end{pmatrix} \quad (2)$$

Величина Y в CIE XYZ равна фотометрической яркости, а, если значение нормируется на диапазон $[0.0, 1.0]$, то его можно рассматривать как светлоту. Таким образом, светлота L в новой координатной системе будет вычисляться как

$$L = Y = 0.2126R_{лин} + 0.7152G_{лин} + 0.0722B_{лин} \quad (3)$$

Заметим, что если значения $R_{лин}$, $G_{лин}$, $B_{лин}$ принадлежат отрезку $[0.0, 1.0]$, значения L также будут находиться в этом диапазоне, поскольку сумма положительных коэффициентов в (3) равна 1.

Найдем положение осей $R_{лин}$, $G_{лин}$, $B_{лин}$ в новой ортогональной системе. Для упрощения в дальнейшем будем обозначать $R = R_{лин}$, $G = G_{лин}$, $B = B_{лин}$. Единичные направляющие векторы осей R , G , B , образующие базис этой координатной системы, обозначим \mathbf{R} , \mathbf{G} и \mathbf{B} , а единичный вектор оси L — \mathbf{L} .

В соответствии с (3) значения $L_R = 0.2126$, $L_G = 0.7152$ и $L_B = 0.0722$ — это L -координаты векторов \mathbf{R} , \mathbf{G} и \mathbf{B} в новой ортогональной системе. Отсюда можно определить углы (косинусы углов) наклона осей R , G и B к оси L новой координатной системы (рис. 1):

$$\begin{aligned} \cos \alpha_R &= L_R = 0.2126; & \alpha_R &= 78.46^\circ \\ \cos \alpha_G &= L_G = 0.7152; & \alpha_G &= 45.57^\circ \\ \cos \alpha_B &= L_B = 0.0722; & \alpha_B &= 84.26^\circ \end{aligned} \quad (4)$$

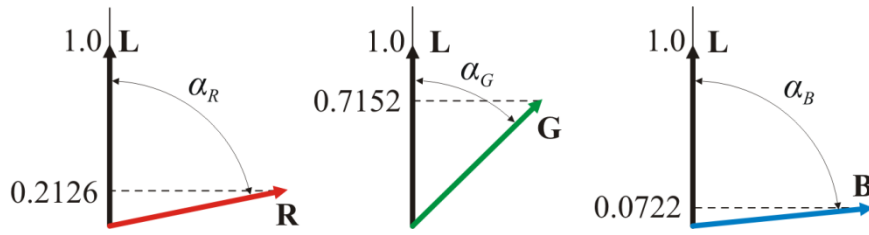


Рис. 1. Углы наклона осей R , G , B к оси L

Теперь необходимо определить проекции векторов \mathbf{R} , \mathbf{G} и \mathbf{B} на плоскость, перпендикулярную оси L , точнее, углы между этими проекциями. Обстоятельством, позволяющим это сделать, является требование сбалансированности RGB-пространства, когда ахроматичные (серые) цвета имеют равные координаты R , G и B . В новой координатной системе ахроматичные цвета могут иметь ненулевой только L -координату. Это выражается следующим соотношением между единичными направляющими векторами осей R , G , B и L :

$$\mathbf{R} + \mathbf{G} + \mathbf{B} = \mathbf{L} \quad (5)$$

В проекции на ось L условие (5) выполняется в силу (3). Рассмотрим проекцию (5) на плоскость, перпендикулярную оси L . Используем на этой плоскости координатные оси a и b , образующие вместе с осью L правостороннюю ортогональную систему координат. Тогда уравнение (5) в проекциях на оси a и b будет выглядеть так:

$$\begin{aligned} \sin \alpha_R \cos \beta_R + \sin \alpha_G \cos \beta_G + \sin \alpha_B \cos \beta_B &= 0 \\ \sin \alpha_R \sin \beta_R + \sin \alpha_G \sin \beta_G + \sin \alpha_B \sin \beta_B &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $\sin \alpha_R$, $\sin \alpha_G$ и $\sin \alpha_B$ — длины проекций единичных векторов \mathbf{R} , \mathbf{G} и \mathbf{B} на плоскость $a - b$, а β_R , β_G и β_B — неизвестные углы между этими проекциями и осью a (рис. 2).

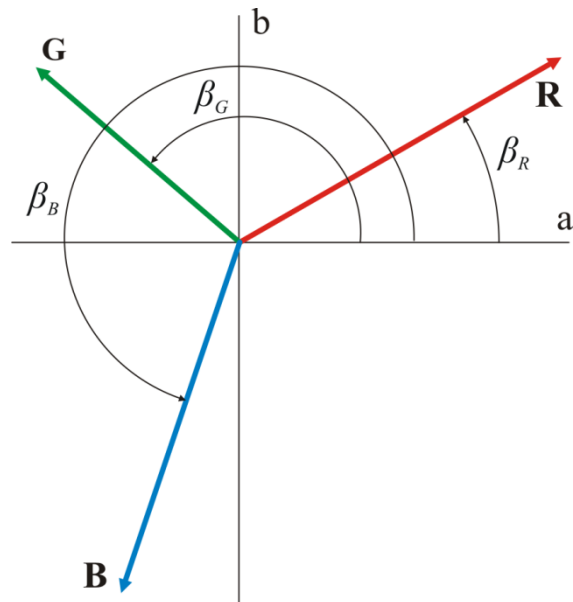


Рис. 2. Углы между проекциями векторов **R**, **G**, **B** на плоскость a - b и осью a

Не уменьшая общности рассмотрения, можно принять, что направление проекции вектора **R** на плоскость a - b совпадает с положительным направлением оси a (рис. 3). Тогда

$$\cos \beta_R = 1; \quad \sin \beta_R = 0 \quad (7)$$

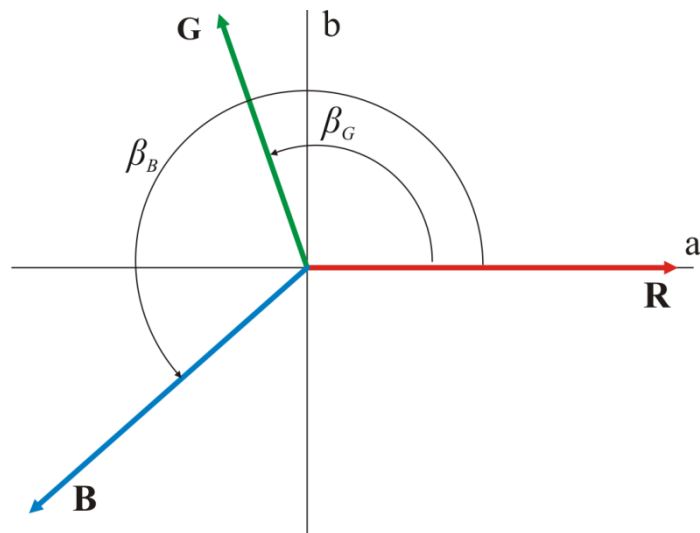


Рис. 3. Неизвестные углы между проекциями **R**, **G** и **B** на плоскость a - b

Из (6) получаем:

$$\begin{aligned} \sin \alpha_R + \sin \alpha_G \cos \beta_G + \sin \alpha_B \cos \beta_B &= 0 \\ \sin \alpha_G \sin \beta_G + \sin \alpha_B \sin \beta_B &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Соотношения (8) представляют собой систему двух трансцендентных уравнений с двумя неизвестными β_G и β_B , решая которую находим:

$$\begin{aligned}\cos \beta_G &= \frac{\sin^2 \alpha_B - \sin^2 \alpha_R - \sin^2 \alpha_G}{2 \cdot \sin \alpha_G \cdot \sin \alpha_R} \\ \cos \beta_B &= \frac{\sin^2 \alpha_G - \sin^2 \alpha_R - \sin^2 \alpha_B}{2 \cdot \sin \alpha_B \cdot \sin \alpha_R} \\ \sin \beta_G &= \sqrt{1 - \cos^2 \beta_G} \\ \sin \beta_B &= -\sqrt{1 - \cos^2 \beta_B}\end{aligned}\tag{9}$$

Подставляя в (9) значения из (4), определяем углы:

$$\begin{aligned}\beta_G &= 109.2^\circ \\ \beta_B &= 221.4^\circ\end{aligned}\tag{10}$$

Таким образом, мы определили положение базисных векторов системы координат RGB (линеаризованная sRGB) в новой ортогональной системе координат с осями L , a и b . Тем самым, определена и эта новая координатная система.

Цветовая координатная система Lru

Существует, традиция, которая в частности соблюдается в CIELAB, когда цветовому тону 0° соответствует пурпурный цвет, а цветовой тон жёлтого — 90° . В связи с этим изменим направление координатных осей на плоскости, перпендикулярной оси L , так, чтобы цветовой тон желтого цвета составлял 90° . Желтый цвет образуется равными долями красного и зеленого. Соответственно, цветовой тон желтого может быть определен из рассмотрения проекции на плоскость $a-b$ вектора $\mathbf{Y} = \mathbf{R} + \mathbf{G}$ (рис. 4).

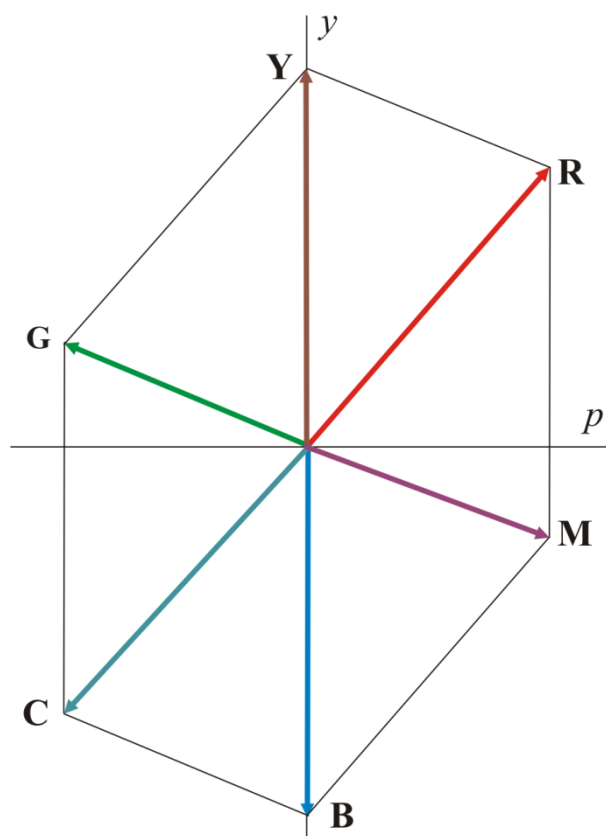


Рис. 4. Плоскость p - y цветовой координатной системы Lpy
 Y — желтый (yellow); C — бирюзовый (cyan); M — лиловый (magenta)

Окончательно в качестве ортогональной системы координат, которая предлагается для использования, выбираем координатную систему Lpy . Оси p и y этой системы повернуты относительно осей a и b по часовой стрелке на угол, который проекция вектора Y на плоскость a - b образует с осью b . Для sRGB этот угол составляет 48.6° . Названия осей p и y новой координатной системы образованы от слов purple — пурпурный и yellow — желтый. Ось L — lightness (светлота).

Преобразование RGB – Lpy и Lpy – RGB

Соотношения (4), (7) и (9), а также учет поворота осей координат в положение, когда направление оси p совпадает с направлением проекции вектора Y на плоскость, перпендикулярную оси L , позволяет определить координаты базисных единичных векторов координатной системы RGB в новой координатной системе Lpy . Эти координаты яв-

ляются элементами матрицы преобразования из координатной системы RGB в координатную систему Lru. Преобразование запишется так:

$$\begin{pmatrix} L \\ p \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_R & L_G & L_B \\ p_R & p_G & p_B \\ y_R & y_G & y_B \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} \quad (11)$$

Выполнив вычисления, для sRGB получим:

$$\begin{pmatrix} L \\ p \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.2126 & 0.7151 & 0.0722 \\ 0.6468 & -0.6468 & 0.0000 \\ 0.7325 & 0.2649 & -0.9974 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} \quad (12)$$

Напомню, что в правой части (12) фигурирует вектор линейризованных sRGB-координат.

Преобразование из Lru в линейризованную sRGB может быть записано, если использовать обращенную матрицу преобразования (12):

$$\begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.0000 & 1.1355 & 0.0724 \\ 1.0000 & -0.4107 & 0.0724 \\ 1.0000 & 0.7248 & -0.9302 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} L \\ p \\ y \end{pmatrix} \quad (13)$$

Цветность, насыщенность и цветовой тон в Lru.

Координатная система Lch(pu)

Одной из целей построения ортогональной ЦКС является использование и корректное вычисление значений цветного тона (hue), цветности (chroma) и насыщенности (saturation). Введем на плоскости p - y координатной системы Lru полярную систему координат. Полярный угол (h) будем отсчитывать от положительного направления оси p против часовой стрелки. Величина угла — цветовой тон. Полярный радиус — цветность c (рис. 5).

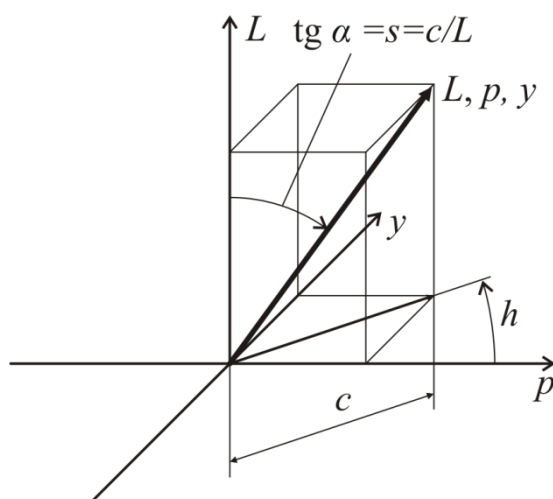


Рис. 5. Цветовая координатная система Lch(pu)

Вычисление цветности c и цветового тона h может быть выполнено по формулам:

$$\begin{aligned}
 c &= \sqrt{p^2 + y^2} \\
 h &= \arctg_2(y, p), \quad h \in [0, 2\pi)
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

где

$$\arctg_2(y, x) = \begin{cases} \arctg \frac{y}{x}, & \text{если } y \geq 0, x > 0 \\ \arctg \frac{y}{x} + 2\pi, & \text{если } y < 0, x > 0 \\ \arctg \frac{y}{x} + \pi, & \text{если } x < 0 \\ \frac{\pi}{2}, & \text{если } y > 0, x = 0 \\ \frac{3\pi}{2}, & \text{если } y < 0, x = 0 \\ \text{не определено,} & \text{если } x = 0, y = 0 \end{cases}
 \tag{15}$$

В соответствии с [2]: «Chroma is the attribute of a visual sensation which permits a judgment to be made of the degree to which a chromatic stimulus differs from an achromatic stimulus of the same brightness» (Chroma, чистота цвета, цветность — атрибут зрительного ощущения, который позволяет судить о степени отличия хроматических стимулов от ахроматических той же яркости).

Наше определение цветности c соответствует этой формулировке. В свою очередь [2]: «Saturation is the attribute of a visual sensation which permits a judgment to be made of the degree to which a chromatic stimulus differs from an achromatic stimulus regardless of their brightness» (Насыщенность — атрибут зрительного ощущения, который позволяет судить о степени отличия хроматических стимулов от ахроматических, независимо от их яркости).

С учетом такого определения разумно ввести насыщенность (s — saturation) в Lch(ry) как:

$$s = \frac{c}{L} \quad (16)$$

Заметим, что именно характеристика s интуитивно воспринимается как насыщенность. Действительно, человек, рассматривая образец цветной поверхности, оценивает цветовые свойства материала поверхности вне зависимости от интенсивности освещения. Величина s для отражающего образца не зависит от уровня светлоты, обусловленного интенсивностью освещения образца, а зависит только от его отражающих свойств.

Охват RGB-пространства в ЦКС Lry

Во многих приложениях значения R , G и B ограниваются некоторым максимальным значением. Например, они могут задаваться целыми числами из диапазона 0..255. В приведенных выше построениях предполагалось, что R , G и B — это вещественные числа из диапазона [0.0, 1.0]. Множество точек, определяемых всевозможными тройками RGB из этого диапазона, принадлежат параллелепипеду (не кубу!) в линейном цветовом пространстве. Диагональ параллелепипеда лежит на оси L . Углы, образуемые ребрами этого параллелепипеда с осями ЦКС Lry, определены выше (для sRGB). По формуле (12) можно вычислить координаты его вершин.

Заключение

Предложенные координатные системы Lru и $Lch(ry)$ позволяют выполнять корректные с физической точки зрения расчеты с данными о цвете, представленными в этих ЦКС. В частности, в координатной системе Lru сложение цветовых векторов выполняется по правилу параллелограмма, при этом соблюдаются законы Грассмана [2]. Это позволяет осуществлять корректные расчеты при усреднении данных о цвете (например, при размытии цветного изображения) и при геометрических преобразованиях (изменение размера, устранение дисторсии, перспективных искажений и т.п.), выполняемых с использованием интерполяции (билинейной, бикубической и пр.).

Ортогональность Lru делает корректным представление ЦКС как системы прямоугольных декартовых координат и позволяет использовать простые, наглядные и привычные геометрические представления при построении алгоритмов обработки цветных изображений. В ЦКС Lru разделяются данные о светлоте (L) и компонентах цветности (r и y). Это полезное свойство многие могли оценить, используя для редактирования изображений координатную систему CIELAB [3], которая, в отличие от Lru , является нелинейной и выполняемые в ней манипуляции с данными о цвете как с трехмерными векторами нарушают физические законы.

Цилиндрическая координатная система $Lch(ry)$ позволяет оперировать интуитивными понятиями цветовой тон, цветность, насыщенность. Облегчается построение алгоритмов обработки, которые могут менять эти параметры независимо друг от друга.

Литература

1. INTERNATIONAL STANDARD IEC 61966-2-1 ed1.0.
Multimedia systems and equipment - Colour measurement and

management - Part 2-1: Colour management – Default RGB colour space – sRGB.

2. Wyszecki G., Stiles W. S. Color Science. Concepts and Methods, Quantitative Data and Formulae. Second Edition, Wiley-Interscience Publication, 2000.
3. Маргулис Дэн. Photoshop LAB Color: загадка каньона и другие приключения в самом мощном цветовом пространстве/Пер. с англ. М.:Интелбук, 2006.

Orthogonal color coordinate system

A linear orthonormal coordinate system (L_{py}) for the color space is constructed. Cylindrical coordinate system Lch (py) based on the L_{py} Cartesian coordinate system with the coordinates corresponding to the intuitive idea of lightness, saturation (chroma) and tone is introduced. Proposed coordinate systems are used in color digital images processing software and provide correct spatial and color conversions. Formulas of transition from RGB-coordinates to the coordinates in mentioned systems and back are given.